

Gyakorló feladatok a GEMAK6841B kódú tárgy

5. heti anyagához

I. Lineáris egyenletrendszerek megoldását közelítő módszerek

1.) * Közelítse az alábbi $A_i \cdot x = b_i$ egyenletrendszerek megoldását 3 lépésben az i -edik egységvektorból indulva

a) Jacobi-iterációval!

b) Gauss-Seidel módszerrel!

$$A_1 = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}, \quad b_1 = \begin{bmatrix} 3 \\ -4 \end{bmatrix} \quad A_2 = \begin{bmatrix} -5 & -1 & 2 \\ 1 & -3 & 0 \\ -2 & 0 & 4 \end{bmatrix}, \quad b_2 = \begin{bmatrix} 3 \\ -7 \\ -1 \end{bmatrix}$$
$$A_3 = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 2 & 3 & 0 \\ 3 & -1 & 1 \end{bmatrix}, \quad b_3 = \begin{bmatrix} 11 \\ 4 \\ 0 \end{bmatrix}$$

2.) ** Az $x^{(0)} = \begin{bmatrix} 3 & 3 & 3 \end{bmatrix}^T$ kezdővektor esetén határozza meg az alábbi lineáris egyenletrendszerek megoldásának közelítő értékét

a) Gauss-Seidel iterációval!

b) Jacobi iterációval!

$$\begin{bmatrix} 4 & 0 & 1 \\ 0 & 4 & 0 \\ 1 & 0 & 4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ -3 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} -4 & 1 & 2 \\ 1 & -6 & 1 \\ 2 & 1 & -4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12.1 \\ 14.1 \\ 16.1 \end{bmatrix}$$

Az eljárás akkor érjen véget, ha az iteráció száma 4, vagy az eredő hiba kisebb mint $\varepsilon = 0.09$.

3.) *** Az $x^{(0)} = \begin{bmatrix} -\pi & e & \sqrt{2} \end{bmatrix}^T$ kezdővektor esetén határozza meg az alábbi lineáris egyenletrendszer megoldásának közelítő értékét

a) Gauss-Seidel iterációval!

b) Jacobi iterációval!

A számításokat két tizedesjegy pontossággal végezze!

Az eljárás akkor érjen véget, ha az iteráció száma 4, vagy az eredő hiba kisebb mint $\varepsilon = 0.12$.

$$\begin{bmatrix} 10.1 & 1.1 & 2.1 \\ 20.3 & 25.3 & 2.3 \\ 3.2 & 5.2 & 61.2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 101 \\ -13 \\ 79 \end{bmatrix}$$

II. Sajátérték feladatok

- 1.) * Határozza meg az alábbi mátrixok valamennyi sajátértékét és a hozzájuk tartozó sajátvektorokat!

A mátrix sorai rendre a következők:

a) $\begin{bmatrix} 9 & 0 & 9 \\ 0 & 9 & 9 \\ 9 & 1 & 9 \end{bmatrix}$

b) $\begin{bmatrix} 9 & 9 & 0 \\ 9 & 9 & 9 \\ 0 & 9 & 9 \end{bmatrix}$

- 2.) ** Határozza meg az alábbi mátrixok valamennyi sajátértékét és a hozzájuk tartozó sajátvektorokat, továbbá határozza meg a mátrix determinánsát, és ha létezik, inverzének sajátértékeit is!

A mátrix sorai rendre a következők:

a) $\begin{bmatrix} 9 & 9 & 0 \\ 1 & 9 & 9 \\ 0 & 9 & 9 \end{bmatrix}$

b) $\begin{bmatrix} 11 & 11 & 0 \\ 11 & 11 & 11 \\ 0 & 11 & 11 \end{bmatrix}$

- 3.) *** Határozza meg az alábbi mátrixok valamennyi sajátértékét és a hozzájuk tartozó sajátvektorokat, továbbá állítsa elő a $B = p(A)$ sajátértékeit, ahol $p(z) = -z^{10} + z^5 - 10$! A mátrix sorai rendre a következők:

a) $\begin{bmatrix} 110 & 110 & 0 \\ 111 & 110 & 110 \\ 0 & 110 & 110 \end{bmatrix}$

b) $\begin{bmatrix} 11 & 11 & 0 \\ 11 & 0 & 11 \\ 11 & 11 & 0 \end{bmatrix}$